

Multi-beam pattern synthesis through time-modulated linear arrays

L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, A. Massa

Abstract

In this report, the synthesis of simultaneous multi-beams through time-modulated linear arrays is studied. Unlike classical phased arrays where the antenna aperture is usually shared to generate multiple beams, the periodic on-off sequences controlling the static excitations are properly defined by means of an optimization strategy based on the Particle Swarm algorithm to afford desired multiple patterns at harmonic frequencies. The synthesis of simultaneous broadside sum and difference patterns, flat-top and narrow beam patterns, and steered multi-beams is investigated.

1 Mathematical Formulation

1.1 Time Modulated Arrays

Si consideri un array di elementi uguali equispaziati ed allineati lungo l'asse z; se un onda piana di frequenza f_0 è incidente con un angolo θ rispetto alla normale dell'array, il campo in far field generato dall'antenna può essere espresso come:

$$E(\theta, \varphi, t) = e_0(\theta, \varphi) AF(\theta, \varphi) = e_0(\theta, \varphi) e^{j\omega_0 t} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n e^{jknd \cos \theta} \quad (1)$$

dove $e_0(\theta, \varphi)$ è l'*element factor*, $AF(\theta, \varphi)$ è l'*array factor*, d è la distanza tra due elementi adiacenti dell'array, $\omega_0 = 2\pi f_0$, α_n è l'ampiezza dell'eccitazione statica dell'n-esimo elemento dell'antenna.

Se ciascuna delle alimentazioni di tale array sono alimentate da interruttori ad alta velocità che ne permettono l'accensione e lo spegnimento in determinati intervalli temporali, il campo in in far field diventa:

$$E(\theta, \varphi, t) = e_0(\theta, \varphi) e^{j\omega_0 t} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n U_n(t) e^{jknd \cos \theta} \quad (2)$$

dove $U_n(t)$ è la funzione periodica *time switching* di periodo T_p corrispondente all' n-esimo elemento ed è data da:

$$U_n(t) = \begin{cases} 1, & t'_n \leq t \leq t''_n \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

dove $0 \leq t'_n \leq t''_n \leq T_p$.

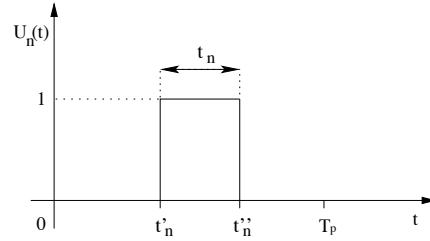


Fig. 1 - time switching function

Poiché la funzione $U_n(t)$ è periodica nel dominio del tempo di periodo T_p , con $T_p \gg T_0$ dove $T_0 = \frac{1}{f_0}$, si può espandere in serie di Fourier:

$$U_n(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} u_{hn} e^{jh\omega_p t} \quad (4)$$

dove

$$u_{hn} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} U_n(t) e^{-jh\omega_p t} dt \quad (5)$$

e dove $\omega_p = 2\pi f_p$ con $T_p = \frac{1}{f_p}$.

L'espressione del campo in FF diventa:

$$E(\theta, \varphi, t) = e_0(\theta, \varphi) \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n u_{hn} e^{jknd \cos \theta} \right] e^{j(h\omega_p + \omega_0)t} \quad (6)$$

L'espressione dell'array factor del sistema sarà quindi:

$$F(\theta, t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n u_{hn} e^{jknd \sin \theta} \right] e^{j(h\omega_p + \omega_0)t} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} F_h(\theta, t) \quad (7)$$

Risolvendo l'integrale definito (5) si ottiene:

$$u_{hn} = \frac{1}{\pi h} \left[\sin \left(\frac{h\omega_p}{2} (t''_n - t'_n) \right) \right] e^{-j \frac{h\omega_p}{2} (t''_n + t'_n)} \quad (8)$$

Se $t' = 0$ allora l'equazione si può semplificare come:

$$u_{hn} = \frac{1}{\pi h} \sin \left(\frac{h\omega_p}{2} t_n \right) e^{-j \frac{h\omega_p}{2} t_n} = \frac{t_n}{T_p} \text{sinc} \left(\frac{h\pi t_n}{T_p} \right) e^{-j \frac{h\pi t_n}{T_p}} = \tau_n \text{sinc} (h\pi \tau_n) e^{-j h\pi \tau_n} \quad (9)$$

Dalla (9) si può osservare come alla frequenza centrale f_0 e quindi per $h = 0$ il calcolo dei coefficienti u si semplifica al semplice calcolo dei coefficienti τ :

$$u_{0n} = \tau_n = \frac{t_n}{T_p} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (10)$$

Alla frequenza centrale f_0 si ha quindi:

$$|E_0(\theta, \varphi)| = e_0(\theta, \varphi) \left| \left[\sum_{n=0}^{N-1} a_{0n} e^{jknd \sin \theta} \right] \right| \quad (11)$$

dove i coefficienti a_{0n} sono semplicemente

$$a_{0n} = \alpha_n u_{0n} \quad (12)$$

Le componenti del campo elettrico in FF alle frequenze armoniche $f_0 + hf_p$ ($h \in \mathbb{Z}$) (*sideband radiation*) saranno invece:

$$|E_h(\theta, \varphi)| = e_0(\theta, \varphi) \left| \left[\sum_{n=0}^{N-1} a_{hn} e^{jknd \sin \theta} \right] \right| \quad (13)$$

dove

$$a_{hn} = \frac{\alpha_n}{\pi h} \left[\sin \left(\frac{h\omega_p}{2} (t''_n - t'_n) \right) \right] e^{-j \frac{h\omega_p}{2} (t''_n + t'_n)} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (14)$$

Ciascun coefficiente a_{hn} è quindi correlato al contributo dell' n -esimo elemento per la generazione del pattern alla h -esima armonica (o alla frequenza centrale se $h = 0$).

1.2 Sum-Difference Patterns with Time Modulated Arrays

Si consideri ora l'array factor di un antenna a schiera composta da N elementi radianti:

$$AF(\theta, \varphi) = \left[\sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n e^{jkn d \cos \theta} \right] e^{j\omega_0 t} \quad (15)$$

Si può dimostrare che è possibile ottenere un pattern differenza alla frequenza ω_0 se

$$\alpha_m = -\alpha_{N-1-m}, \quad \text{dove } m = 0, \dots, (N/2) - 1 \quad (16)$$

Mediante l'utilizzo della Time Modulation, al fine di ottenere un pattern differenza alla prima frequenza armonica, facendo riferimento alla trattazione matematica precedentemente affrontata (in particolare alle formule (13) e (14)) dovrà essere soddisfatta la seguente condizione:

$$a_{1m} = -a_{1r} \quad \text{oppure} \quad a_{1m} = a_{1r} e^{-j\pi} \quad (17)$$

dove $m = 0, \dots, (N/2) - 1$ e $r = N - 1 - m$.

Scomponiamo la (17) in due uguaglianze rispettivamente per modulo e fase; per quanto riguarda il modulo si ha:

$$\frac{\alpha_m}{\pi} [\sin(\pi\tau_m)] = \frac{\alpha_r}{\pi} [\sin(\pi\tau_r)] \quad (18)$$

Se consideriamo un array con eccitazioni degli elementi statiche e uniformi ($\alpha_n = 1$, $n = 0, \dots, N - 1$), dalla (18) si deduce:

$$\tau_m = \tau_r \quad (19)$$

Definiamo $\tau' = \frac{t'}{T_p}$ e $\tau'' = \frac{t''}{T_p}$. Per quanto riguarda la fase si ha:

$$e^{-j\pi(\tau_m'' + \tau_m')} = e^{-j\pi(\tau_r'' + \tau_r')} e^{-j\pi} \quad (20)$$

$$e^{-j\pi(\tau_m + 2\tau_m')} = e^{-j\pi(\tau_r + 2\tau_r' + 1)}$$

Dalla condizione ricavata in (19):

$$e^{-j\pi(2\tau_m')} = e^{-j\pi(2\tau_r' + 1)}$$

$$2\tau_m' = 2\tau_r' + 1$$

$$\tau_m' = \tau_r' + 0.5 \quad (21)$$

Quindi, dalla (21) si deduce che gli impulsi degli elementi simmetricamente opposti rispetto al centro dell'antenna dovranno essere tra loro sfasati temporalmente di metà periodo di modulazione T_p .

2 Risultati Numerici

TEST CASE 1 : Sum h=0 - Difference h=1 Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern somma alla frequenza centrale e un pattern differenza alla prima frequenza armonica con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = 1, n = 0, \dots, N - 1$
- Target Sum Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} = -15 \text{ dB}$
- Target Difference Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} = -15 \text{ dB}, SBL_1^{ref} = -4 \text{ dB}$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level del pattern somma alla frequenza centrale, il Sidelobe Level del pattern differenza alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern differenza alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica (*First Null Beamwidth*); l'ottimizzazione è applicata su metà elementi dell'array, l'altra metà viene considerata simmetrica.

- Number of Particles: 6
- Cost Function:

$$\Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = \sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)} \right] \frac{\left| SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)} \right|^2}{\left| SLL_h^{ref} \right|^2} \right\} +$$

$$\left\{ H \left[SBL_1^{ref} - SBL_1^{act,(i_k)} \right] \frac{\left| SBL_1^{ref} - SBL_1^{act,(i_k)} \right|^2}{\left| SBL_1^{ref} \right|^2} \right\} +$$

$$\sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)} \right] \frac{\left| BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)} \right|^2}{\left| BW_h^{ref} \right|^2} \right\}$$

Commenti

La tecnica presenta il vantaggio di radiare contemporaneamente il pattern somma alla frequenza centrale e il pattern differenza alla prima frequenza armonica, consentendo di mantenere invariata la configurazione delle eccitazioni e degli impulsi.

Lo svantaggio principale è rappresentato dalla Sideband Radiation; si tenga presente che il pattern differenza è radiato alla frequenza armonica superiore e contemporaneamente alla frequenza armonica inferiore, causando un inevitabile spreco di potenza. Un altro svantaggio è rappresentato dal guadagno istantaneo variabile, che in determinati intervalli temporali risulta essere nullo (Fig.4).

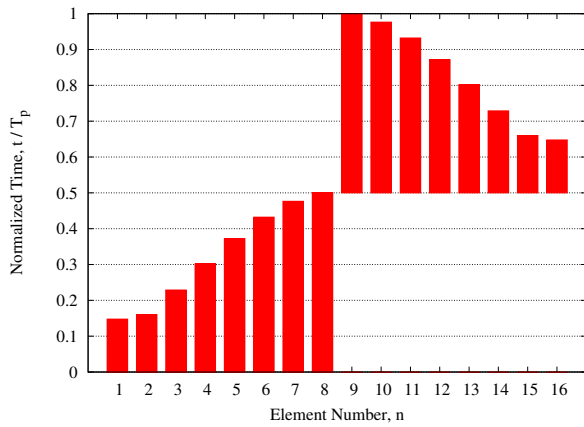


Fig.2 of [1] - Tennant - Pulse Sequence

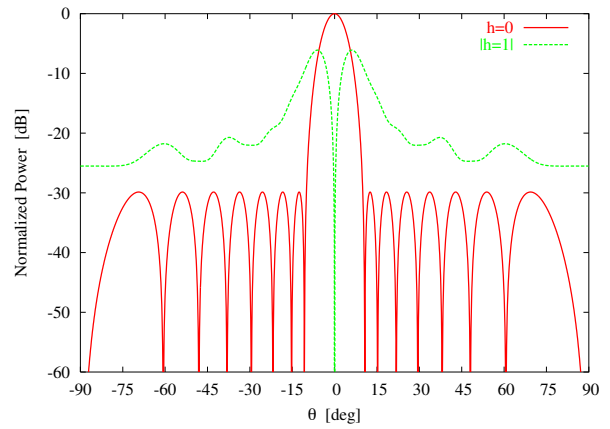


Fig.3 of [1] - Tennant - Figure.3a

PSO - Solution 1

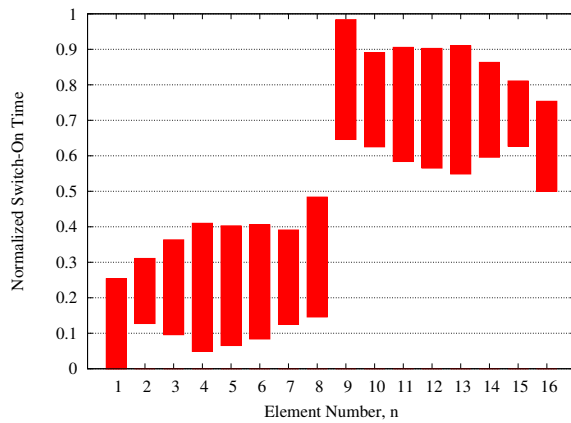


Fig.4 - PSO - Pulse Sequence

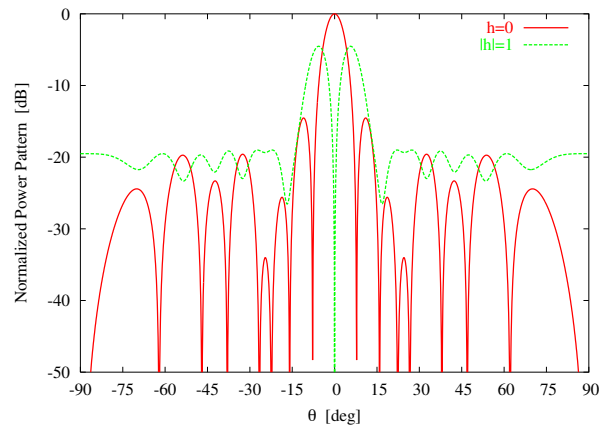


Fig.5 - PSO - Patterns

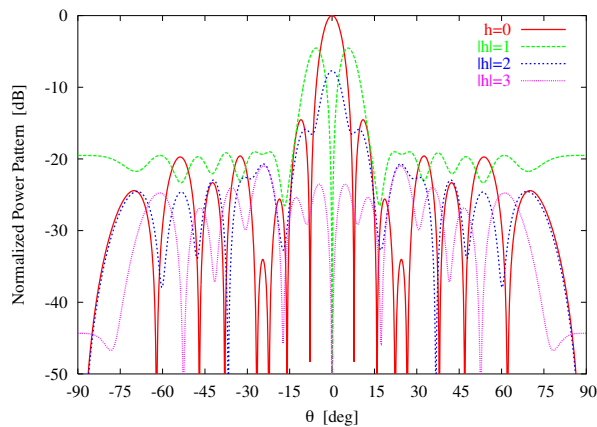


Fig.6 - PSO - Patterns

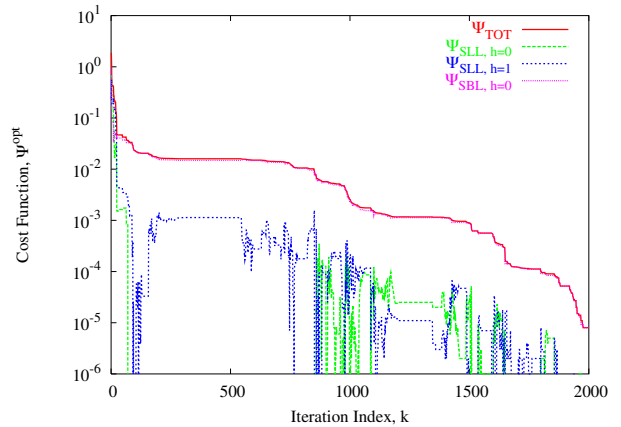


Fig.7 - PSO - Fitness

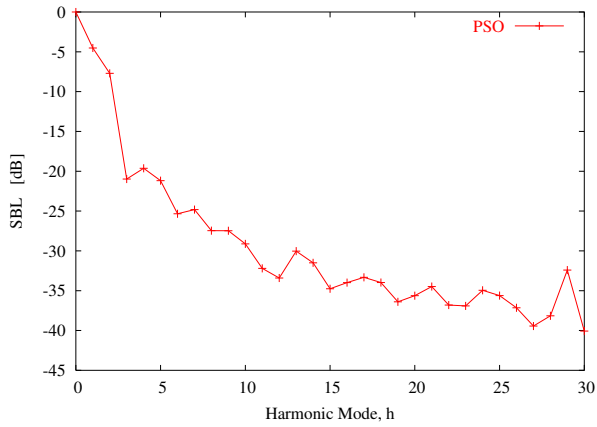


Fig.8 - PSO - Harmonics SBL

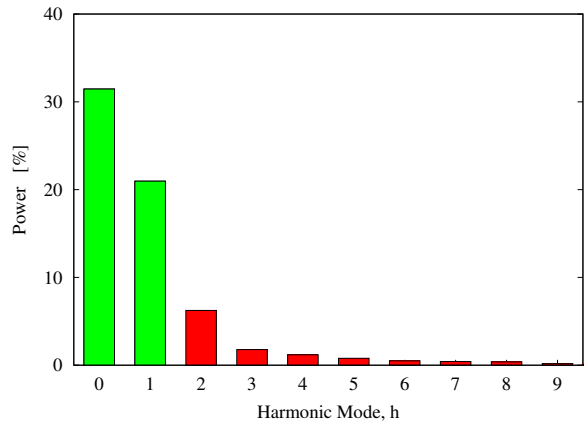


Fig.9 - PSO - Harmonics Power

PSO - Solution 2

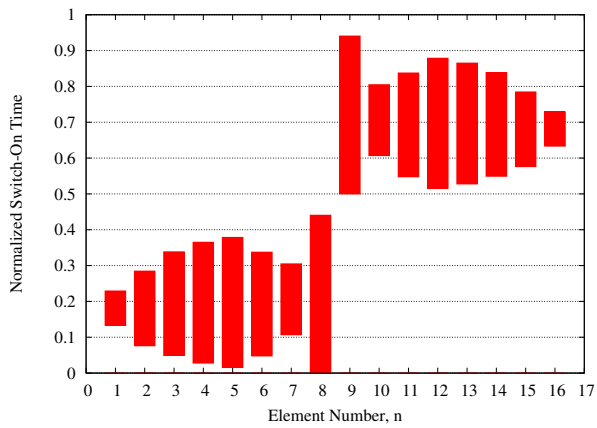


Fig.10 - PSO - Pulse Sequence

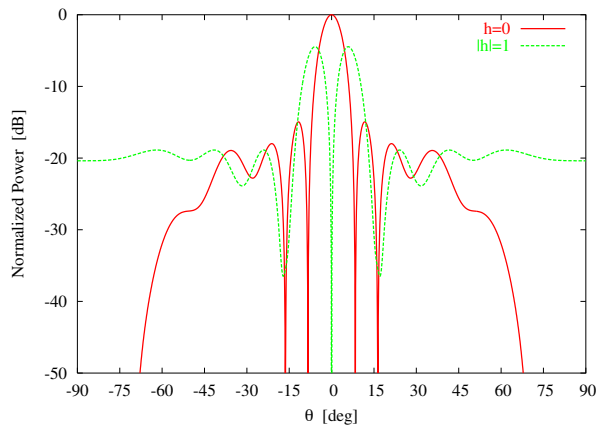


Fig.11 - PSO - Patterns

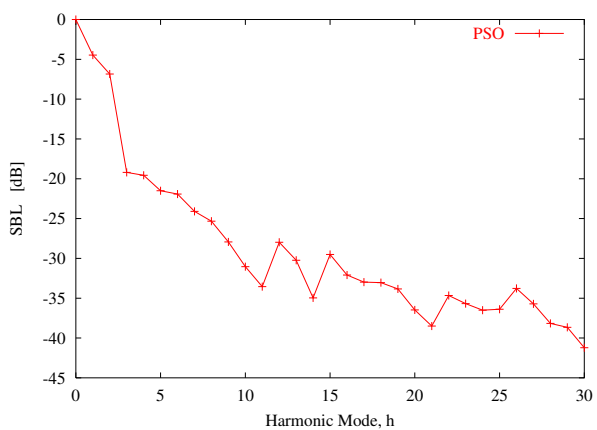


Fig.12 - PSO - Harmonics SBL

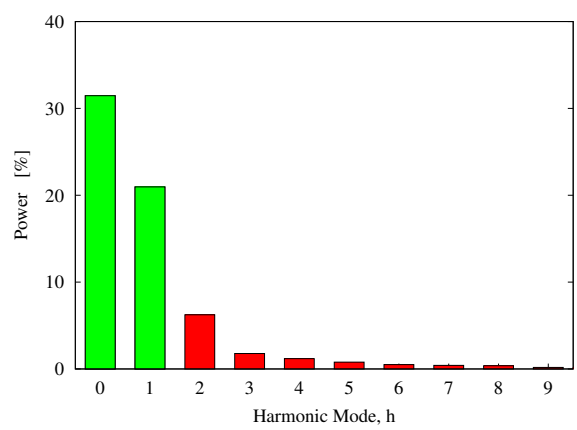


Fig.13 - PSO - Harmonics Power

PSO - Solution 3

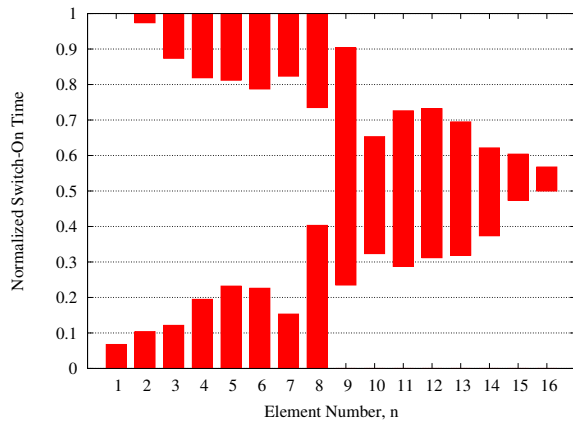


Fig.14 - PSO - Pulse Sequence

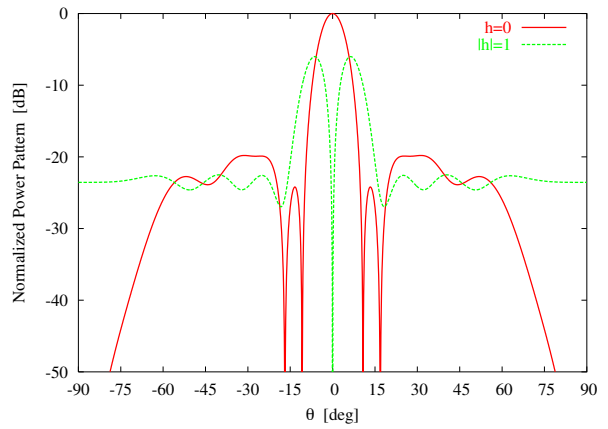


Fig.15.a - PSO - Patterns

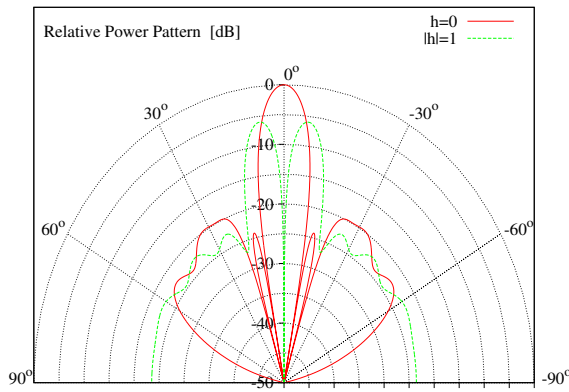


Fig.15.b - PSO - Patterns

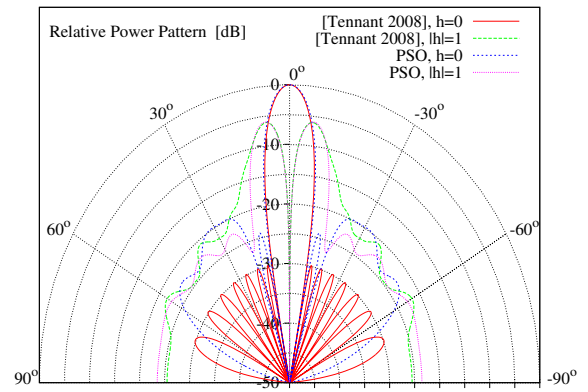


Fig.15.c - PSO - Patterns

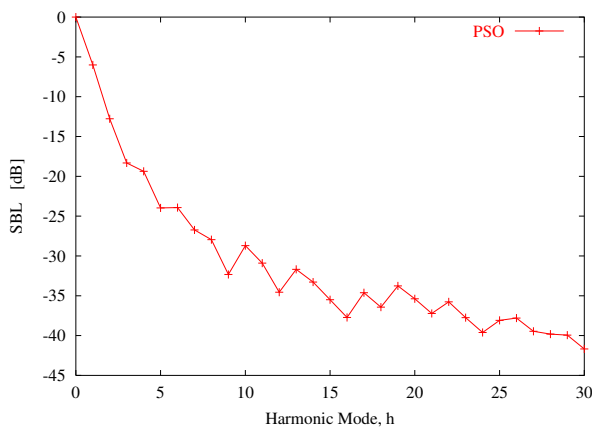


Fig.16 - PSO - Harmonics SBL

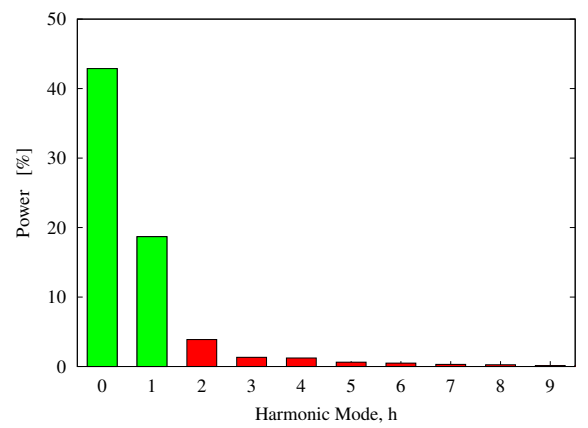


Fig.17 - PSO - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL_1 [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
Tennant 2008	-29.86	-6.10	21.4	-14.62	28.8	37.93	20.60	20.87
PSO - Sol. 1	-14.53	-4.52	15.6	-14.48	16.8	30.14	21.65	26.56
PSO - Sol. 2	-14.95	-4.46	16.8	-14.41	17.1	31.46	20.96	26.62
PSO - Sol. 3	-19.81	-6.01	21.6	-16.50	18.3	42.86	18.69	19.76

Tab.1 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 2 - Sum h=0 - Sum h=1 Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern somma alla frequenza centrale e analogamente un pattern somma alla prima frequenza armonica con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa geometria dell'array e stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata (stessa funzione di costo)

D: Il target pattern alla prima frequenza armonica è un pattern somma

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = 1, n = 0, \dots, N - 1$
- Target Sum Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} = -30 dB$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} = -30 dB, SBL^{ref} = -1 dB$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica; l'ottimizzazione è applicata su metà elementi dell'array, l'altra metà viene considerata simmetrica.

- Number of Particles: 23

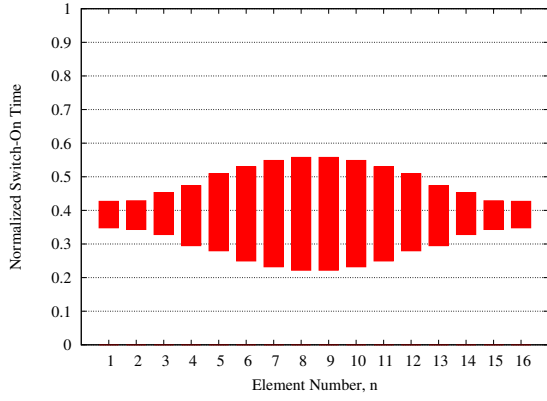


Fig.18 - PSO - Pulse Sequence

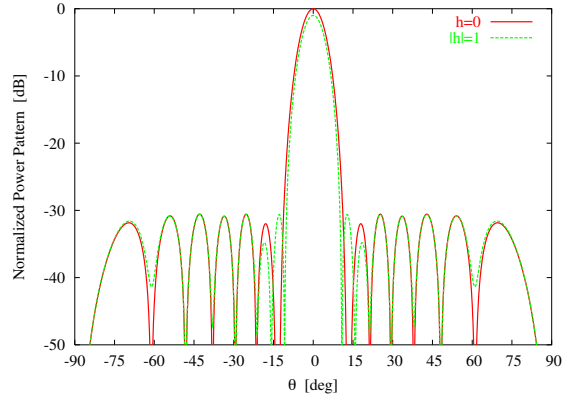


Fig.19 - PSO - Patterns

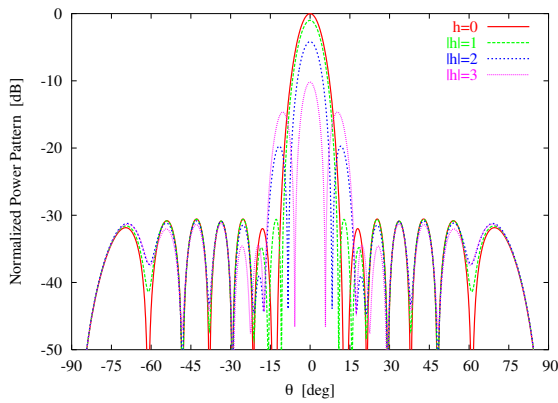


Fig.20 - PSO - Patterns

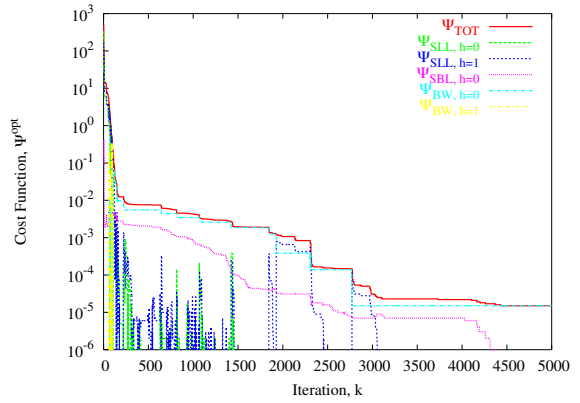


Fig.21 - PSO - Fitness

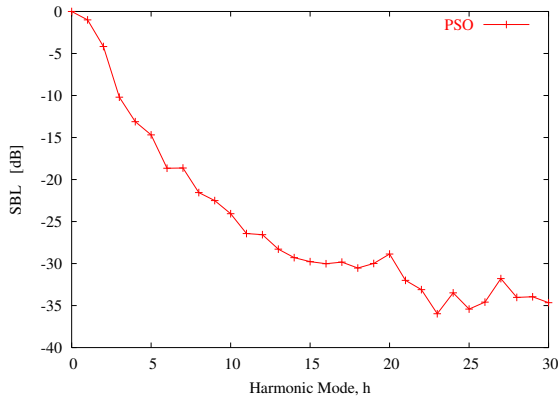


Fig.22 - PSO - Harmonics SBL

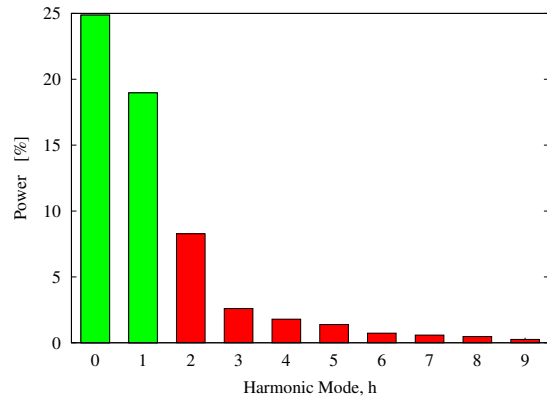


Fig.23 - PSO - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
<i>PSO</i>	-30.55	-1.00	25.6	-29.6	21.6	24.86	18.97	37.2

Tab.3 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 3 - Difference $h=0$ - Sum $h=1$ Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern differenza alla frequenza centrale e un pattern somma alla prima frequenza armonica con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa geometria dell'array e stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata (stessa funzione di costo)

D: Alla frequenza centrale il target pattern è un pattern differenza, alla prima armonica il target pattern è un pattern somma.

Le eccitazioni statiche uniformi degli elementi di una metà dell'array sono sfasate di 180° rispetto alle eccitazioni degli elementi dell'altra metà dell'array in modo da ottenere un pattern differenza alla frequenza centrale.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \dots, N/2 - 1 \\ -1, & n = N/2 - 1, \dots, N - 1 \end{cases}$
- Target Difference Pattern at Central Frequency: $SLL^{ref} = -17 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} = -17 \text{ dB}, SBL_1^{ref} = -1 \text{ dB}$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level del pattern differenza alla frequenza centrale, il Sidelobe Level del pattern somma alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern somma alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica; l'ottimizzazione è applicata su metà elementi dell'array, l'altra metà viene considerata simmetrica.

- Number of Particles: 22

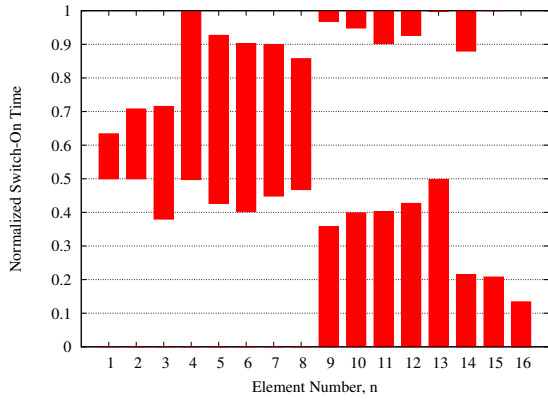


Fig.24 - PSO - Pulse Sequence

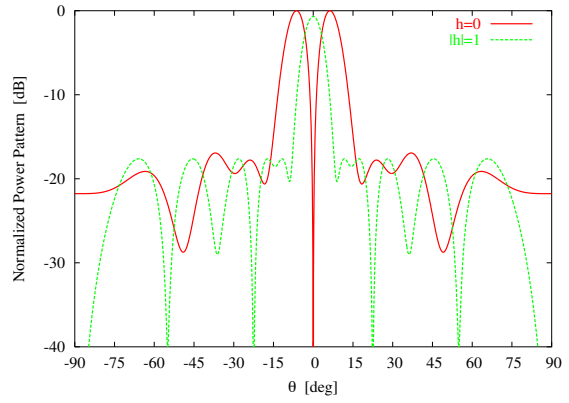


Fig.25.a - PSO - Patterns

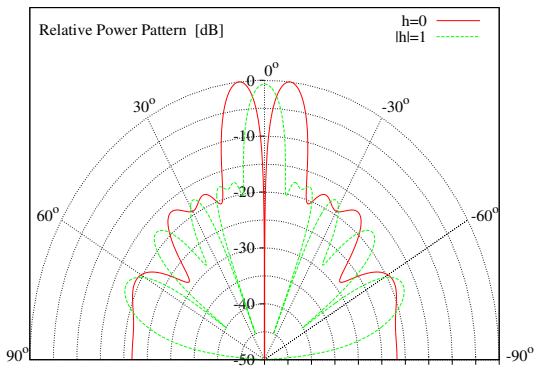


Fig.25.b - PSO - Patterns

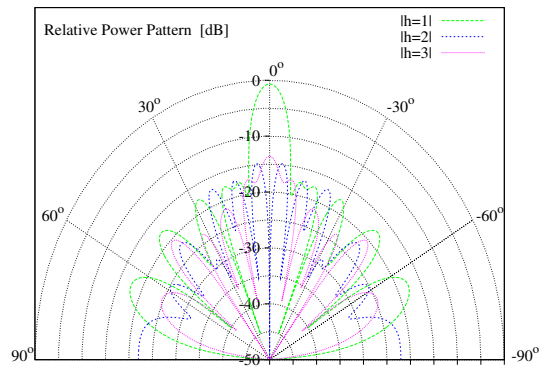


Fig.26.a - PSO - Patterns

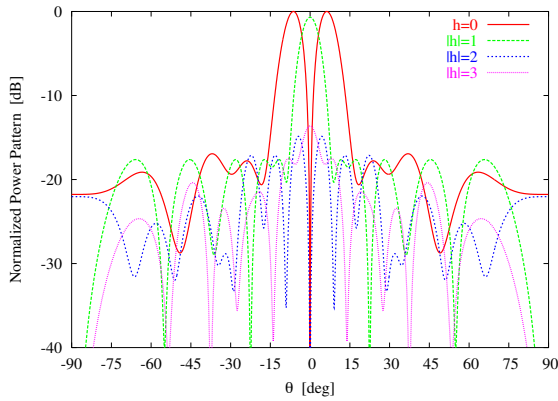


Fig.26.b - PSO - Patterns

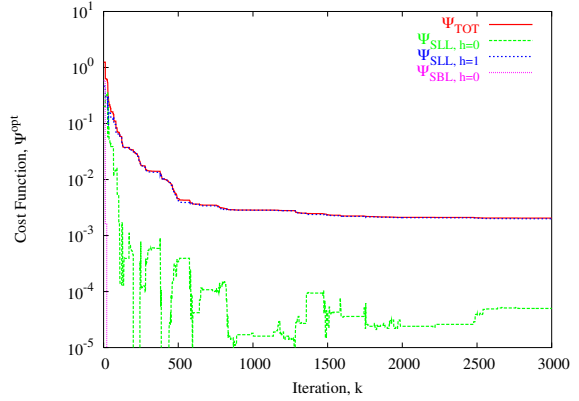


Fig.27 - PSO - Fitness

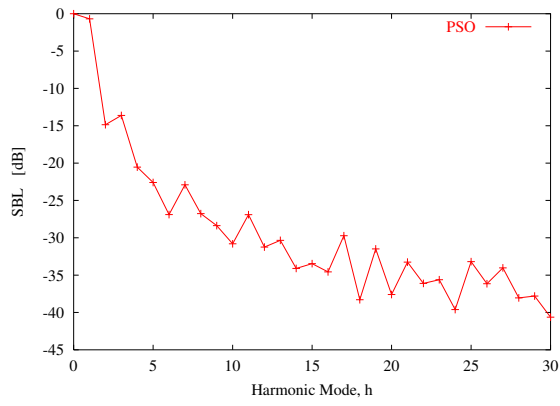


Fig.28 - PSO - Harmonics SBL

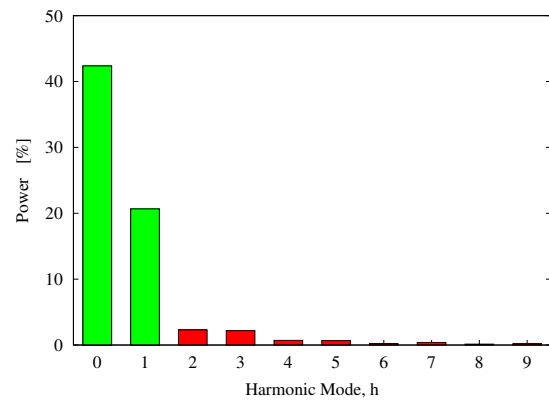


Fig.29 - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
<i>PSO</i>	-16.93	-0.69	36.8	-16.93	17.8	42.36	20.67	16.30

Tab.5 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 4 - Sum h=0 - Sum h=1 Different Directions Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern somma alla frequenza centrale e un pattern somma alla prima frequenza armonica ma con il lobo principale orientato lungo un differente angolo theta, con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa geometria dell'array e stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata (stessa funzione di costo)

D: Alla prima armonica il pattern target è un pattern somma con il lobo principale orientato però lungo una direzione differente da quella del lobo principale alla frequenza centrale.

Il processo di ottimizzazione agisce su tutti gli elementi dell'array, invece si considerare l'array simmetrico come nei precedenti casi

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = 1, n = 0, \dots, N - 1$
- Target Sum Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} \leq -20 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} \leq -20 \text{ dB}, SBL_1^{ref} = -1.5 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern Main Beam Angle at First Harmonic Frequency: $\theta_1 = -30^\circ$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica; l'ottimizzazione è applicata su tutti gli elementi dell'array, senza considerarne la simmetria.

- Number of Particles: 40
- Cost Function:

$$\Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = \sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)}|^2}{|SLL_h^{ref}|^2} \right\} +$$

$$\left\{ H \left[SBL(\theta_1)_1^{ref} - SBL(\theta_1)_1^{act,(i_k)} \right] \frac{|SBL(\theta_1)_1^{ref} - SBL(\theta_1)_1^{act,(i_k)}|^2}{|SBL(\theta_1)_1^{ref}|^2} \right\} +$$

$$\sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)}|^2}{|BW_h^{ref}|^2} \right\}$$

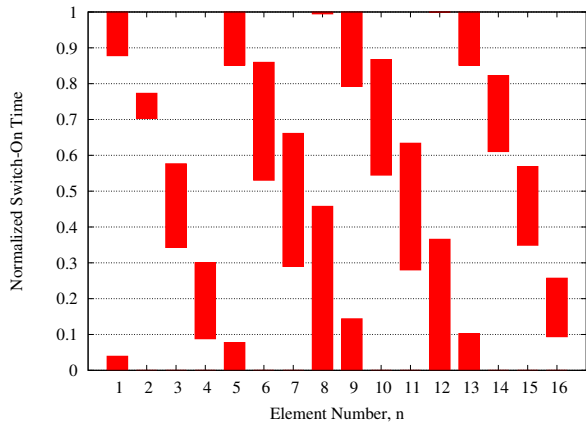


Fig.30 - PSO - Pulse Sequence

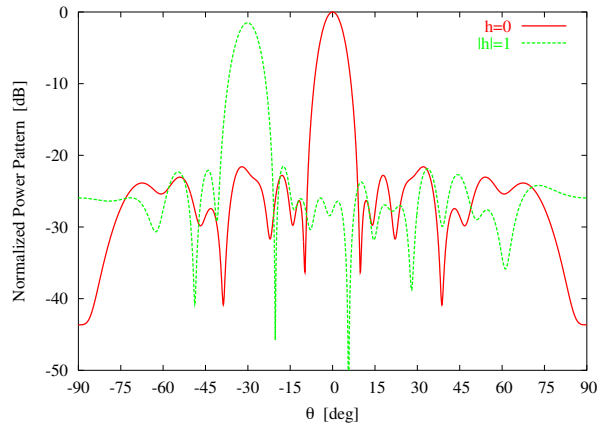


Fig.31.a - PSO - Patterns

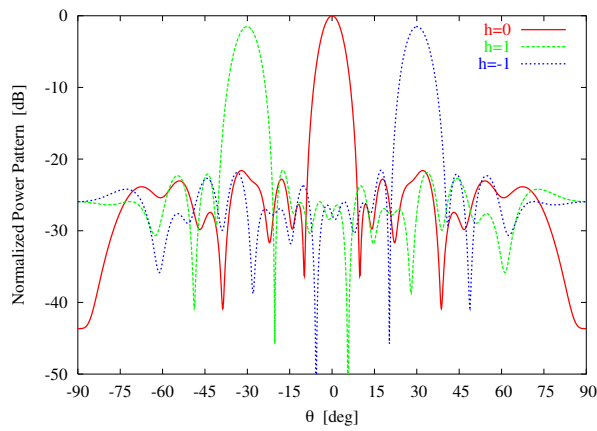


Fig.31.b - PSO - Patterns

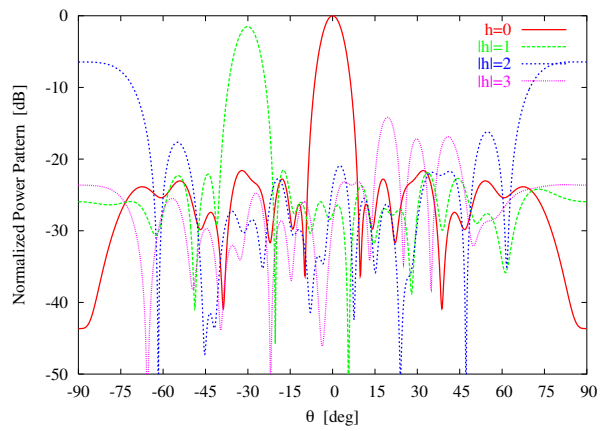


Fig.32 - PSO - Patterns

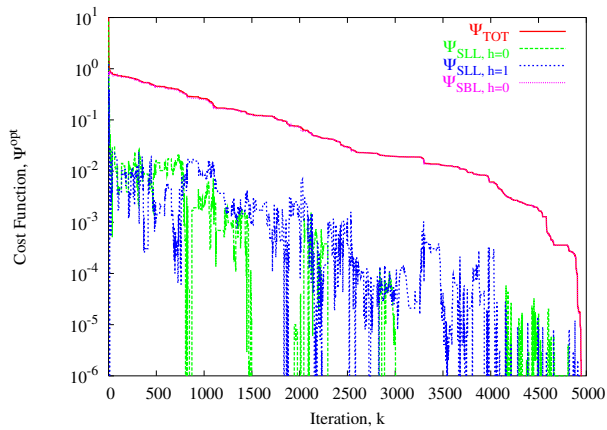


Fig.33 - PSO - Fitness

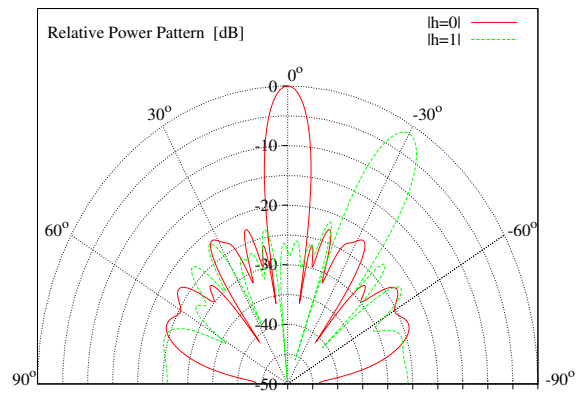


Fig.34.a - PSO - Patterns

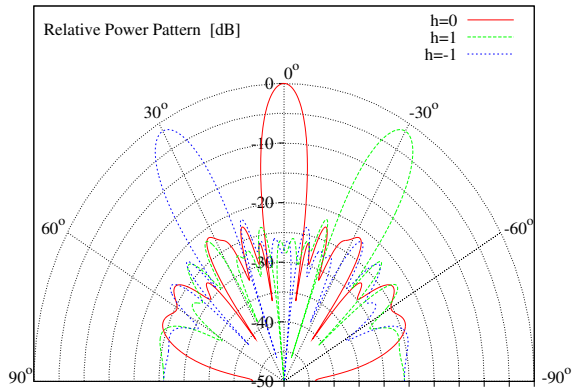


Fig.34.b - PSO - Patterns

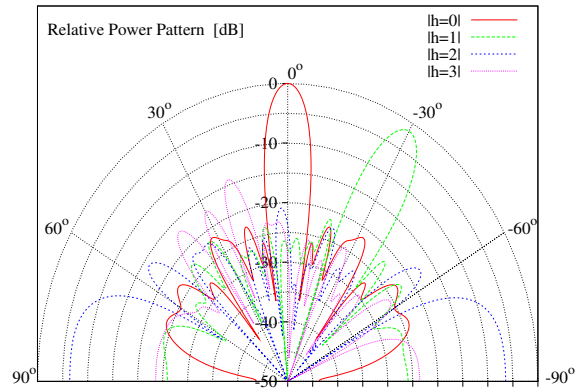


Fig.35 - PSO - Patterns



Fig.36 - PSO - Harmonics SBL

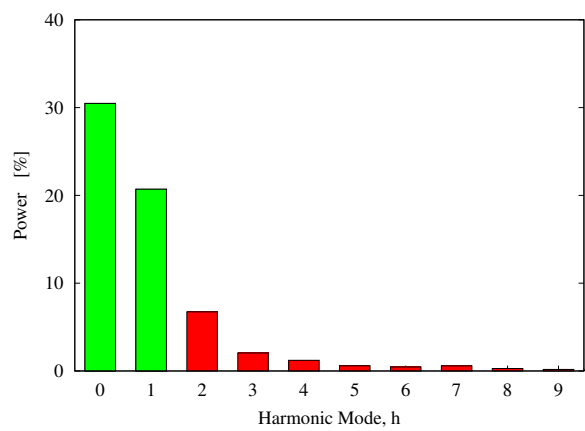


Fig.37 - PSO - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
<i>PSO</i>	-21.60	-1.51	19.6	-20.02	20.6	30.46	20.70	28.14

Tab.7 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 5 - Sum h=0 - Double Sum h=1 Different Directions Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern somma alla frequenza centrale e due patterns somma alla prima frequenza armonica con i lobi principali orientati lungo differenti angoli theta (simmetrici rispetto al centro dell'antenna), con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa geometria dell'array e stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata (stessa funzione di costo)

D: Alla prima armonica il pattern target è un doppio pattern somma i cui lobi principali sono orientati lungo una direzione differente da quella del lobo principale alla frequenza centrale.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = 1, n = 0, \dots, N - 1$
- Target Sum Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} \leq -18 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} \leq -18 \text{ dB}, SBL_1^{ref} = -4 \text{ dB}$
- Target Sum Patterns Main Beam Angles at First Harmonic Frequency: $\theta_{1,2} = \pm 30^\circ$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica.

- Number of Particles: 12
- Cost Function:

$$\Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = \sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)}|^2}{|SLL_h^{ref}|^2} \right\} +$$

$$\left\{ H \left[SBL(\theta_{1,2})_1^{ref} - SBL(\theta_{1,2})_1^{act,(i_k)} \right] \frac{|SBL(\theta_{1,2})_1^{ref} - SBL(\theta_{1,2})_1^{act,(i_k)}|^2}{|SBL(\theta_{1,2})_1^{ref}|^2} \right\} +$$

$$\sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)}|^2}{|BW_h^{ref}|^2} \right\}$$

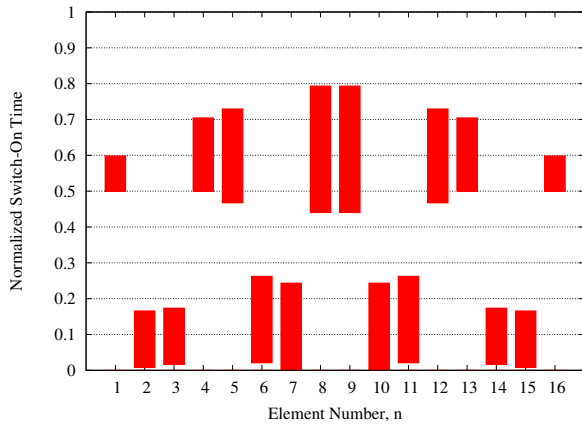


Fig.38 - PSO - Pulse Sequence

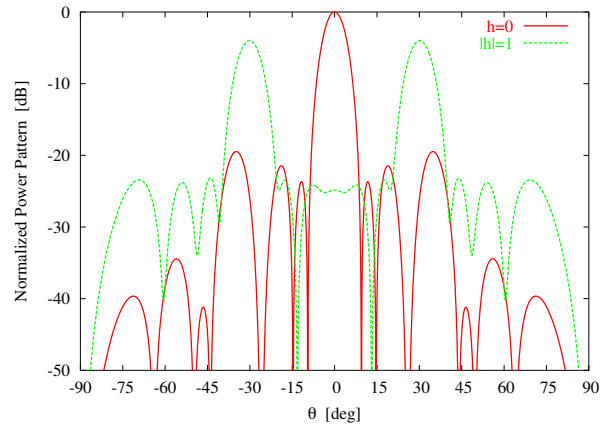


Fig.39 - PSO - Patterns

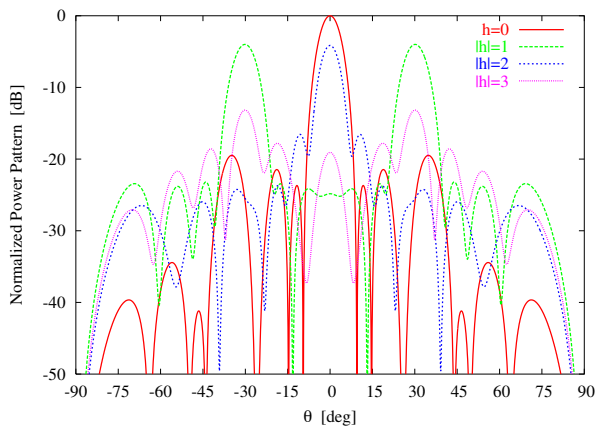


Fig.40 - PSO - Patterns

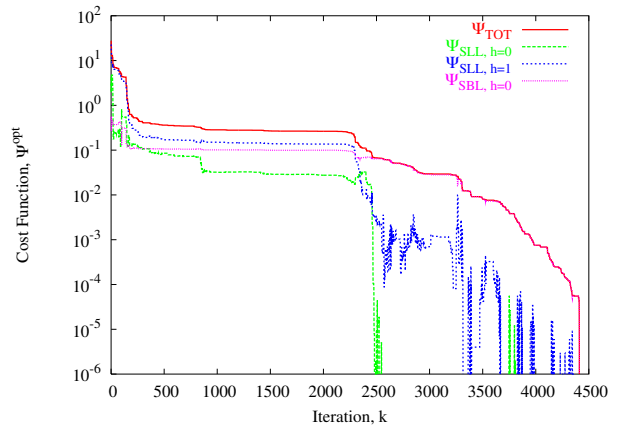


Fig.41 - PSO - Fitness

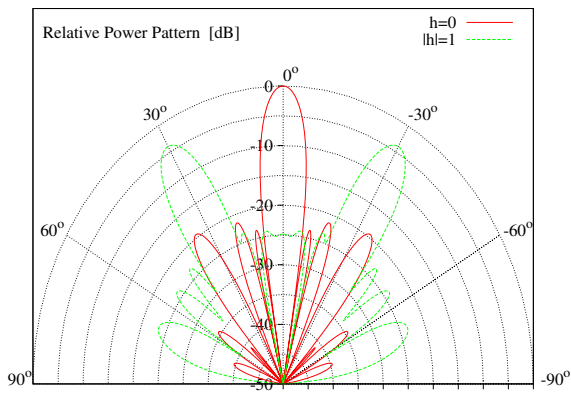


Fig.42 - PSO - Patterns

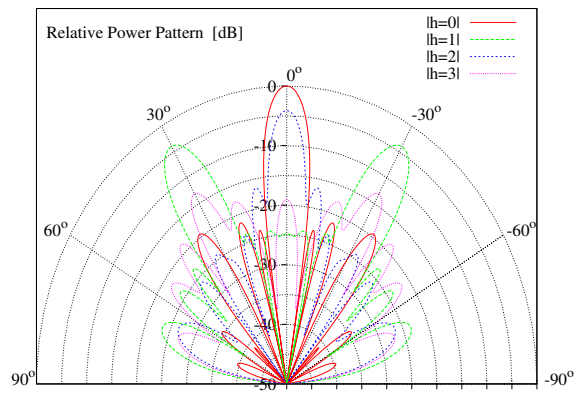


Fig.43- PSO - Patterns

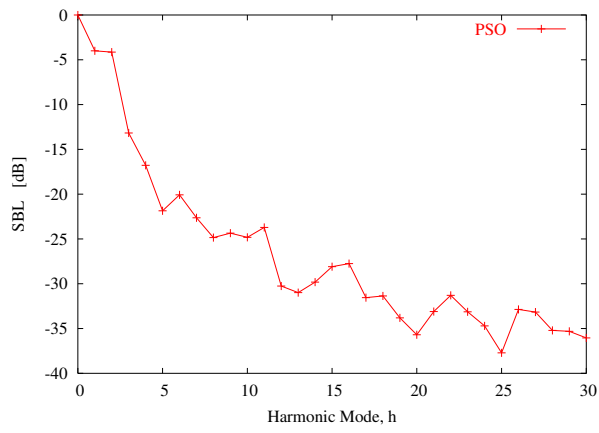


Fig.44 - PSO - Harmonics SBL

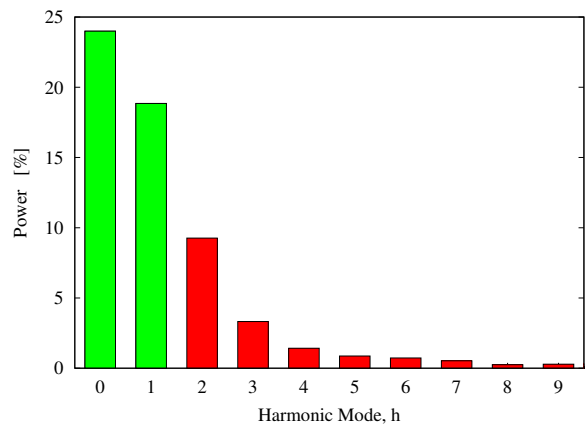


Fig.45 - PSO - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
<i>PSO</i>	-19.48	-4.00	19.00	-19.20	21.1	23.98	18.85	38.32

Tab.9 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 6 - Sum h=0 - Sum h=1 - Sum h=2 Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un pattern somma alla frequenza centrale e analogamente un pattern somma alla prima e alla seconda frequenza armonica, con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level.

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa geometria dell'array e stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata

D: Il target pattern alla prima e alla seconda armonica è un pattern somma.

La funzione di costo tiene conto anche del Sidelobe Level, del livello massimo e della larghezza del lobo principale del pattern alla seconda frequenza armonica.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 16$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = 1, n = 0, \dots, N - 1$
- Target Sum Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} \leq -20 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} \leq -20 \text{ dB}, SBL_1^{ref} = -1 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at Second Harmonic Frequency: $SLL_2^{ref} \leq -20 \text{ dB}, SBL_2^{ref} = -2 \text{ dB}$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alle prime due frequenze armoniche, il livello massimo dei due patterns somma alle prime due frequenze armoniche e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alle prime due frequenze armoniche.

- Number of Particles: 7
- Cost Function:

$$\Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = \sum_{h=0}^2 \left\{ H \left[SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|SLL_h^{ref} - SLL_h^{act,(i_k)}|^2}{|SLL_h^{ref}|^2} \right\} +$$
$$\sum_{h=0}^1 \left\{ H \left[SBL_h^{ref} - SBL_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|SBL_h^{ref} - SBL_h^{act,(i_k)}|^2}{|SBL_h^{ref}|^2} \right\} +$$
$$\sum_{h=0}^2 \left\{ H \left[BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)} \right] \frac{|BW_h^{ref} - BW_h^{act,(i_k)}|^2}{|BW_h^{ref}|^2} \right\} +$$

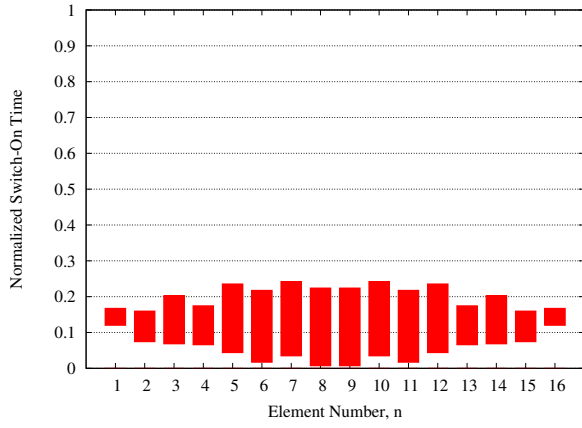


Fig.46 - PSO - Pulse Sequence

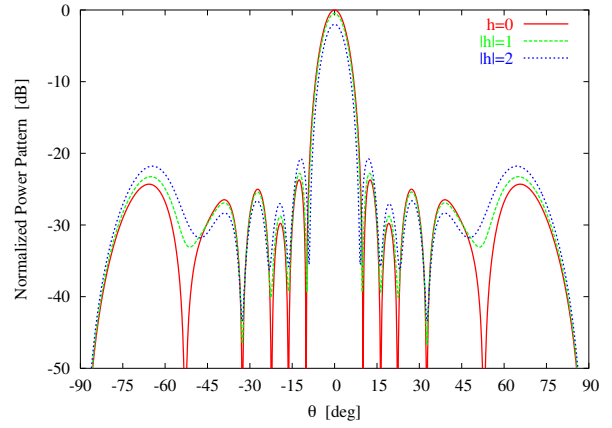


Fig.47 - PSO - Patterns

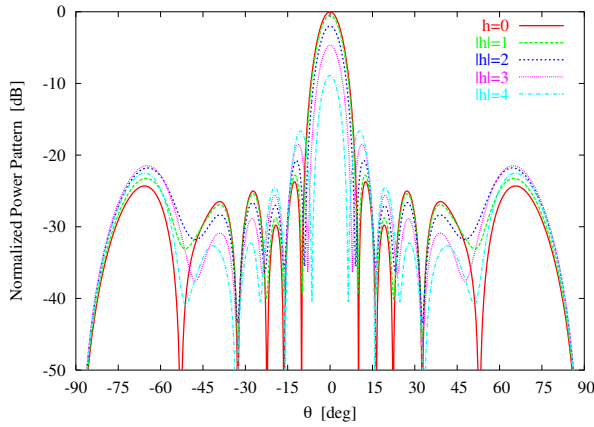


Fig.48 - PSO - Patterns

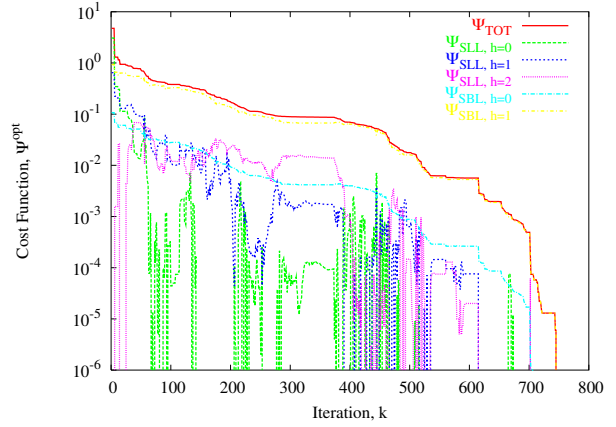


Fig.49 - PSO - Fitness

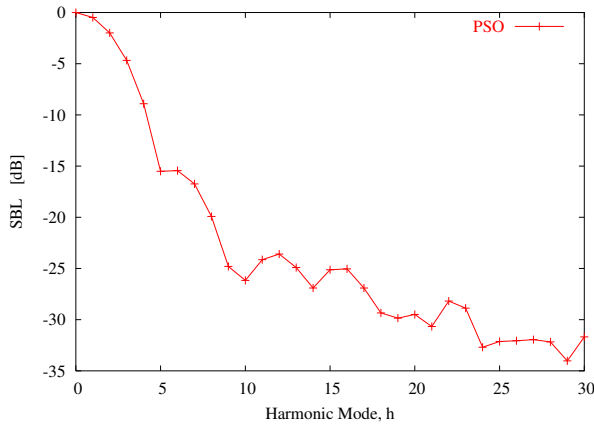


Fig.50 - PSO - Harmonics SBL

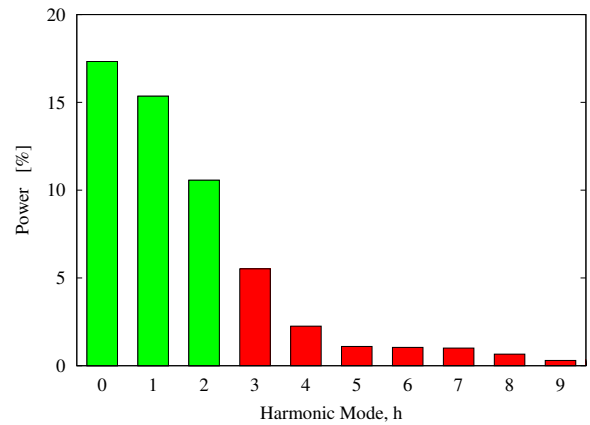


Fig.51 - PSO - Harmonics Power

	SLL_0 [dB]	SBL_1 [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	SLL_2 [dB]	SBL_2 [dB]	BW_2 [°]
PSO	-23.71	-0.49	20.2	-22.80	19.6	-20.76	-1.99	18.0

	P_0 [%]	P_1 [%]	P_2 [%]	SBR [%]
PSO	17.32	15.35	10.57	30.84

Tab.11 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$), alla prima frequenza armonica ($h = 1$) e alla

seconda frequenza armonica ($h = 2$)

TEST CASE 7.a - Flat Top $h=0$ - Sum $h=1$ Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un flat-top pattern alla frequenza centrale e analogamente un pattern somma alla prima frequenza armonica con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level;

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata

D: Differente numero di elementi che compongono l'array, differente target pattern alla prima frequenza armonica (flat-top pattern) e differente funzione di costo.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 17$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = \begin{cases} 1, & n = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 16, 17 \\ -1, & n = 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15 \end{cases}$, in base a Tab.2 riportata in
- Target Flat-Top Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} = -14 \text{ dB}$, $Ripple = -1.15 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} = -14 \text{ dB}$, $SBL^{ref} = -3 \text{ dB}$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica.

- Number of Particles: 12
- Cost Function:

$$\begin{aligned} \Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = & w_1 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=0}^{UP}} \left\{ H \left[AF_{h=0}(\theta_m) - MASK_{h=0}^{UP}(\theta_m) \right] \left[AF_{h=0}(\theta_m) - MASK_{h=0}^{UP}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_2 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=0}^{DOWN}} \left\{ H \left[MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m) - AF_{h=0}(\theta_m) \right] \left[MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m) - AF_{h=0}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_3 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=1}^{UP}} \left\{ H \left[AF_{h=1}(\theta_m) - MASK_{h=1}^{UP}(\theta_m) \right] \left[AF_{h=1}(\theta_m) - MASK_{h=1}^{UP}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_4 \cdot \left\{ H \left[SBL^{ref} - AF_{h=1}(\theta^{max}) \right] \left[SBL^{ref} - AF_{h=1}(\theta_m) \right] \right\} \end{aligned}$$

dove $MASK_{h=0,1}^{UP}(\theta_m)$ e $MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m)$ rappresentano le maschere (insieme di punti che definiscono il valore estremo (superiore o inferiore) di un pattern in un determinato punto) rispettivamente superiore e inferiore dei pattern alla frequenza centrale $h = 0$ ed alla prima armonica $h = 1$.

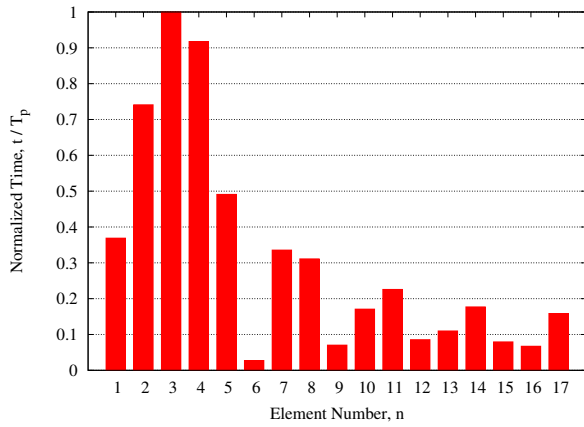


Fig.52 - Pulse Sequence - [Franceschetti 1988]

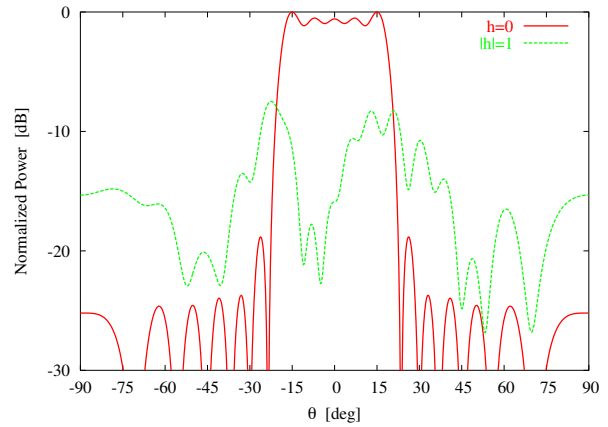


Fig.53 - Flat Top Pattern - [Franceschetti 1988]

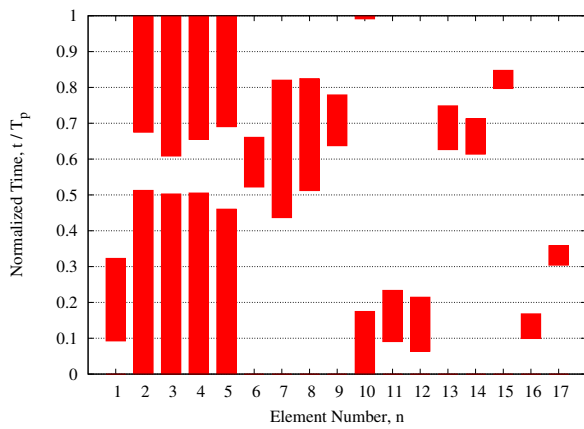


Fig.54 - PSO - Pulse Sequence

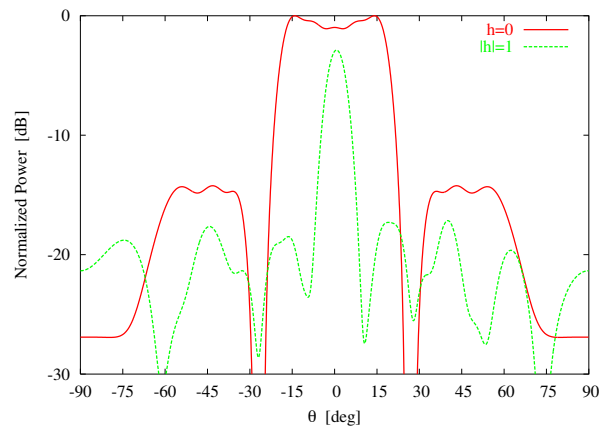


Fig.55 - PSO - Flat Top & Sum Patterns

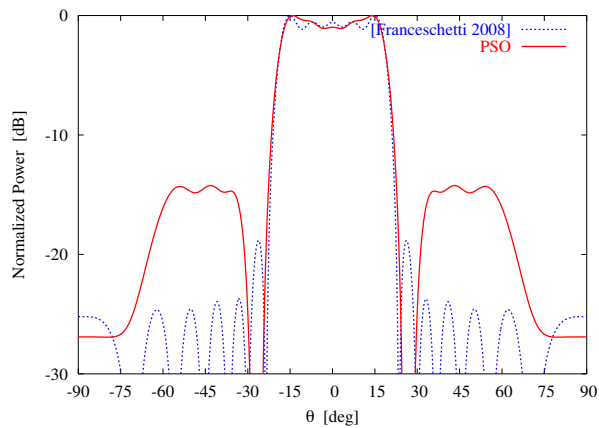


Fig.56 - PSO vs. [Franceschetti 2008]

	SLL_0 [dB]	SBL_1 [dB]	FN_0 [°]	SLL_1 [dB]	FN_1 [°]	Ripple [dB]	P_0 [%]	P_1 [%]	SBR [%]
Franceschetti 1988	-18.83	-7.49	47	-	-	-1.15	59.03	-	40.97
PSO	-14.23	-2.87	50.4	-14.63	20.0	60.14	60.14	8.17	23.52

Tab.13 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

TEST CASE 7.b - Flat Top $h=0$ - Sum $h=1$ Patterns

Goal

Dato un array di elementi con configurazione delle eccitazioni iniziale statica e uniforme, applicando la Time Modulation si vuole ottenere un flat-top pattern alla frequenza centrale e analogamente un pattern somma alla prima frequenza armonica con determinate caratteristiche in termini di Sidelobe Level;

Analogies and Differences wrt Previous Cases

A: Stessa tecnica di ottimizzazione utilizzata

D: Differente numero di elementi che compongono l'array, differente target pattern alla prima frequenza armonica (flat-top pattern) e differente funzione di costo.

Test Case Description

- Number of Elements: $N = 12$
- Elements Spacing: $d = 0.5\lambda$
- Initial Configuration: $\alpha_n = \begin{cases} 1, & n = 1, 5, 6, 7, 8, 12 \\ -1, & n = 2, 3, 4, 9, 10, 11 \end{cases}$, in base a Tab.2 riportata in
- Target Flat-Top Pattern at Central Frequency: $SLL_0^{ref} = -17 \text{ dB}$, $Ripple = -1.1 \text{ dB}$
- Target Sum Pattern at First Harmonic Frequency: $SLL_1^{ref} = -15 \text{ dB}$, $SBL^{ref} = -2 \text{ dB}$

Optimization Approach

Il processo di ottimizzazione mediante algoritmo PSO agisce su durata degli impulsi di eccitazione e shift temporale degli impulsi, minimizzando la funzione di costo che considera il Sidelobe Level dei patterns somma alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica, il livello massimo del pattern alla prima frequenza armonica e la larghezza dei lobi principali alla frequenza centrale e alla prima frequenza armonica.

- Number of Particles: 20
- Cost Function:

$$\begin{aligned} \Psi [t_n(i_k), t'_n(i_k)] = & w_1 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=0}^{UP}} \left\{ H \left[AF_{h=0}(\theta_m) - MASK_{h=0}^{UP}(\theta_m) \right] \left[AF_{h=0}(\theta_m) - MASK_{h=0}^{UP}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_2 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=0}^{DOWN}} \left\{ H \left[MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m) - AF_{h=0}(\theta_m) \right] \left[MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m) - AF_{h=0}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_3 \cdot \sum_{m=0}^{M_{h=1}^{UP}} \left\{ H \left[AF_{h=1}(\theta_m) - MASK_{h=1}^{UP}(\theta_m) \right] \left[AF_{h=1}(\theta_m) - MASK_{h=1}^{UP}(\theta_m) \right] \right\} + \\ & w_4 \cdot \left\{ H \left[SBL^{ref} - AF_{h=1}(\theta^{max}) \right] \left[SBL^{ref} - AF_{h=1}(\theta_m) \right] \right\} \end{aligned}$$

dove $MASK_{h=0,1}^{UP}(\theta_m)$ e $MASK_{h=0}^{DOWN}(\theta_m)$ rappresentano le maschere (insieme di punti che definiscono il valore estremo (superiore o inferiore) di un pattern in un determinato punto) rispettivamente superiore e inferiore dei pattern alla frequenza centrale $h = 0$ ed alla prima armonica $h = 1$.

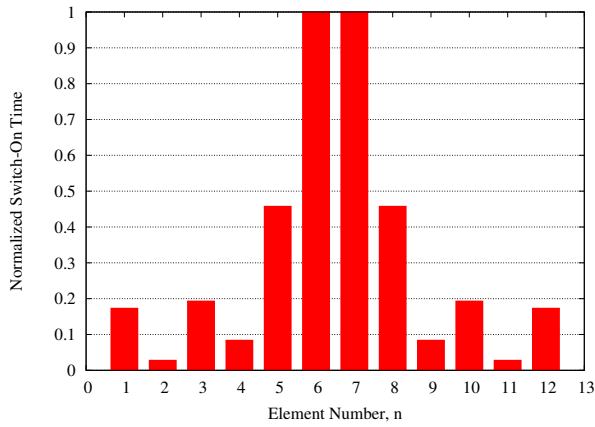


Fig.57 - Pulse Sequence - [3]

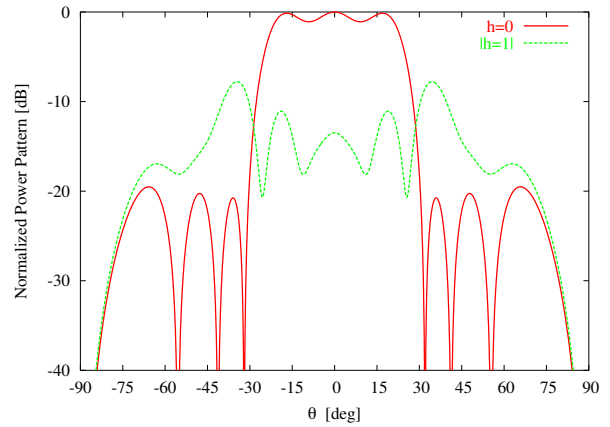


Fig.58 - Flat Top Pattern - [3]

PSO - Solution 1

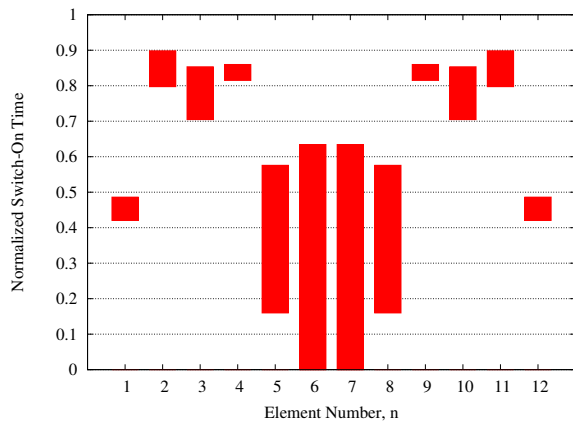


Fig.59 - PSO - Pulse Sequence

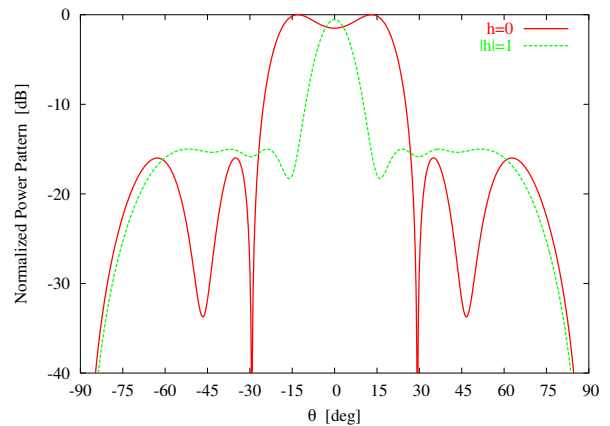


Fig.60 - PSO - Flat Top & Sum Patterns

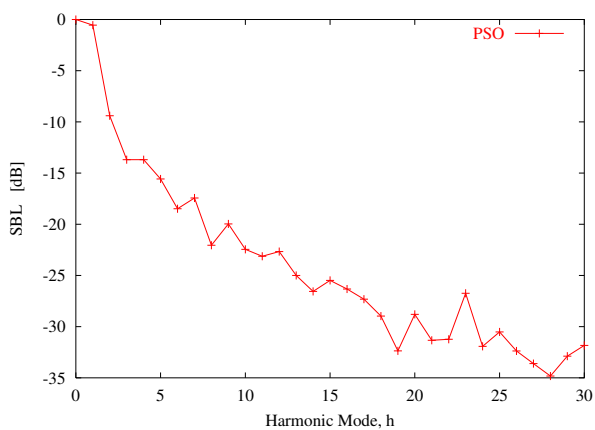


Fig.61 - PSO - Pulse Sequence

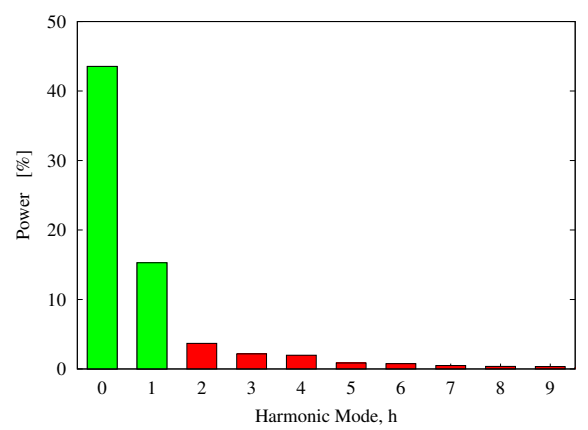


Fig.62 - PSO - Flat Top & Sum Patterns

PSO - Solution 2

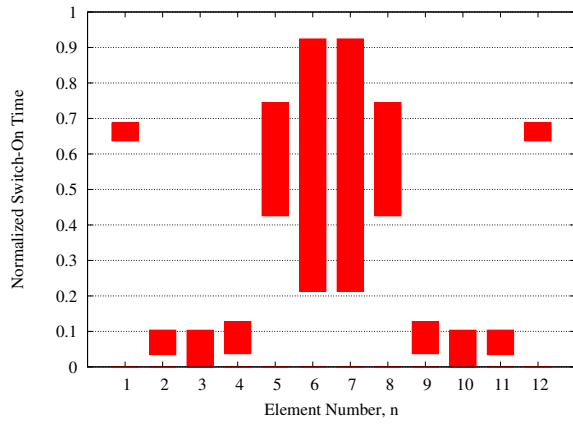


Fig.63 - PSO - Pulse Sequence

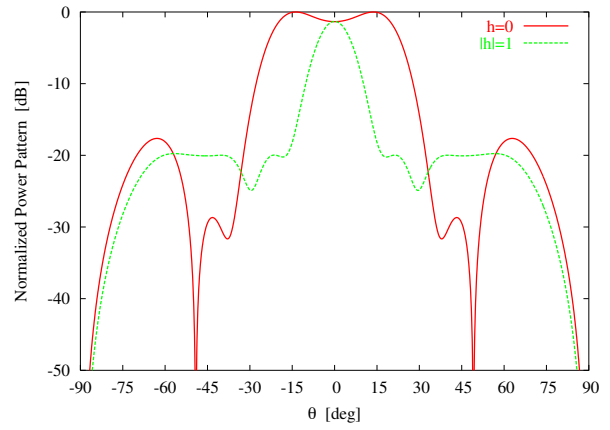


Fig.64.a - PSO - Flat Top & Sum Patterns

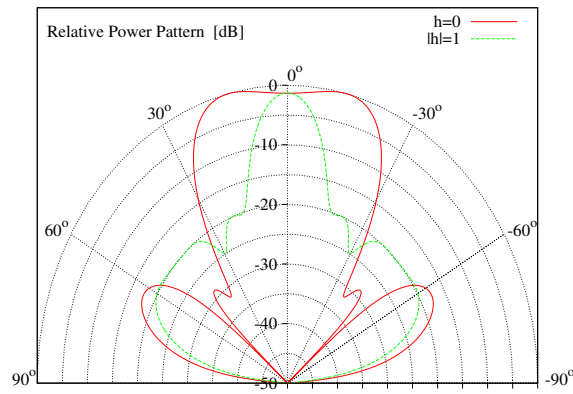


Fig.64.b - PSO - Flat Top & Sum Patterns

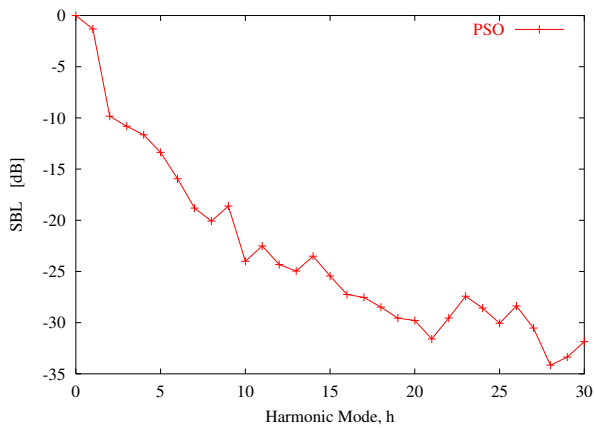


Fig.65 - PSO - Pulse Sequence

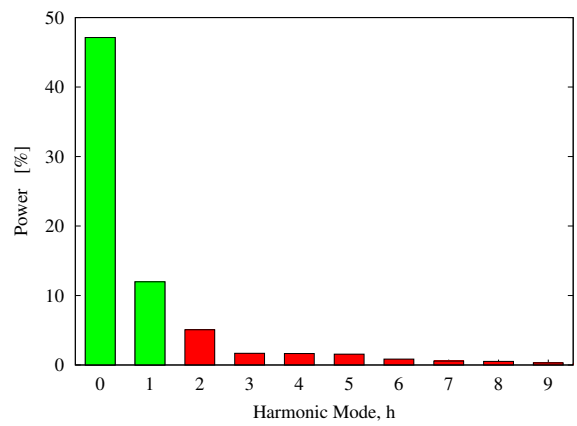


Fig.66 - PSO - Flat Top & Sum Patterns

Tab.13 - Parametri Patterns alla frequenza centrale ($h = 0$) e alla prima frequenza armonica ($h = 1$)

References

- [1] P. Rocca, M. Benedetti, M. Donelli, D. Franceschini, and A. Massa, "Evolutionary optimization as applied to inverse problems," *Inverse Problems - 25 th Year Special Issue of Inverse Problems, Invited Topical Review*, vol. 25, pp. 1-41, Dec. 2009.
- [2] P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Differential Evolution as applied to electromagnetics," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 53, no. 1, pp. 38-49, Feb. 2011.
- [3] E. T. Bekele, L. Poli, M. D'Urso, P. Rocca, and A. Massa, "Pulse-shaping strategy for time modulated arrays - Analysis and design," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 7, pp. 3525-3537, July 2013.
- [4] P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "A multi-stage approach for the synthesis of sub-arrayed time modulated linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 9, pp. 3246-3254, Sep. 2011.
- [5] L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Harmonic beamforming in time-modulated linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 7, pp. 2538-2545, Jul. 2011.
- [6] P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-varying scenarios through time-modulated linear arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 101-104, 2012.
- [7] P. Rocca, L. Poli, and A. Massa, "Instantaneous directivity optimization in time-modulated array receivers," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 6, no. 14, pp. 1590-1597, Nov. 2012.
- [8] P. Rocca, L. Poli, L. Manica, and A. Massa, "Synthesis of monopulse time-modulated planar arrays with controlled sideband radiation," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 6, no. 6, pp. 432-442, 2012.
- [9] L. Poli, P. Rocca, and A. Massa, "Sideband radiation reduction exploiting pattern multiplication in directive time-modulated linear arrays," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 6, no. 2, pp. 214-222, 2012.
- [10] L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-modulated linear arrays with minimum power losses," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 5, no. 2, pp. 157-166, 2011.
- [11] L. Poli, P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Time modulated planar arrays - Analysis and optimization of the sideband radiations," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 4, no. 9, pp. 1165-1171, 2010.
- [12] P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Synthesis of time-modulated planar arrays with controlled harmonic radiations," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, no. 5/6, pp. 827-838, 2010.
- [13] L. Manica, P. Rocca, L. Poli, and A. Massa, "Almost time-independent performance in time-modulated linear arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 843-846, 2009.
- [14] L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Failure correction in time-modulated linear arrays," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 8, no. 3, pp. 195-201, Mar. 2014.