

ANALISI E IMPLEMENTAZIONI DELLE TECNICHE DI RISOLUZIONE DELL'EQUAZIONE DI HAMILTON-JACOBI

M. Tenni

Abstract

I metodi deterministici basati sull'aggiornamento di una appropriata funzione associata alle incognite (Level Set Methods) rappresentano una delle metodologie di risoluzione dei problemi inversi. Tali tecniche iterative considerano l'evoluzione di una regione, che rappresenta la soluzione di prova del problema, all'interno del dominio d'indagine. Tale regione correlata ad una funzione continua definita nello spazio di ricerca (ad esempio la minima distanza tra i punti del dominio d'indagine e il bordo della regione) che viene aggiornata per mezzo di un'equazione di Hamilton-Jacobi (HJ). In particolare, per mezzo di un problema aggiunto (che si basa sull'assunzione della presenza di sorgenti equivalenti irradianti un campo dato dalla differenza tra scatterato e misurato...) si determina la velocità di aggiornamento, una funzione data dalle componenti normali alla superficie del Level Set. Successivamente, il Level Set all'istante temporale successivo si calcola risolvendo la versione numerica dell'equazione di HJ. Tale equazione differenziale permette di trovare la perturbazione correlata alla velocità, che viene sommata al Level Set dell'istante precedente. La soluzione numerica del problema inverso avviene attraverso una discretizzazione, in accordo con il metodo dei momenti (MoM?). Di conseguenza, l'equazione di HJ va risolta utilizzando le differenze finite. Tuttavia, mentre nello spazio tali differenze finite sono vincolate al MoM?, nel tempo e' necessario scegliere un time-step per implementare la rispettiva differenza finita. Tale parametro può essere scelto solo euristicamente, anche se esistono alcuni criteri che considerano una dipendenza dalla discretizzazione spaziale. L'obiettivo della tesi e' quello di studiare il problema della soluzione numerica dell'equazione di HJ, cercare/mettere a punto una tecnica di tipo un-supervised e quindi validarla.

References Bibliography: Inverse Scattering [1] – [19].

- [1] S. C. Hagness, E. C. Fear, and A. Massa, "Guest Editorial: Special Cluster on Microwave Medical Imaging", *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 1592-1597, 2012.
- [2] G. Oliveri, Y. Zhong, X. Chen, and A. Massa, "Multi-resolution subspace-based optimization method for inverse scattering," *Journal of Optical Society of America A*, vol. 28, no. 10, pp. 2057-2069, Oct. 2011.
- [3] A. Randazzo, G. Oliveri, A. Massa, and M. Pastorino, "Electromagnetic inversion with the multiscaling inexact-Newton method - Experimental validation," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 53, no. 12, pp. 2834-2838, Dec. 2011.

- [4] G. Oliveri, L. Lizzi, M. Pastorino, and A. Massa, "A nested multi-scaling inexact-Newton iterative approach for microwave imaging," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 2, pp. 971-983, Feb. 2012.
- [5] G. Oliveri, A. Randazzo, M. Pastorino, and A. Massa, "Electromagnetic imaging within the contrast-source formulation by means of the multiscaling inexact Newton method," *Journal of Optical Society of America A*, vol. 29, no. 6, pp. 945-958, 2012.
- [6] M. Benedetti, D. Lesselier, M. Lambert, and A. Massa, "Multiple shapes reconstruction by means of multi-region level sets," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 48, no. 5, pp. 2330-2342, May 2010.
- [7] M. Benedetti, D. Lesselier, M. Lambert, and A. Massa, "A multi-resolution technique based on shape optimization for the reconstruction of homogeneous dielectric objects," *Inverse Problems*, vol. 25, no. 1, pp. 1-26, Jan. 2009.
- [8] M. Donelli, D. Franceschini, P. Rocca, and A. Massa, "Three-dimensional microwave imaging problems solved through an efficient multi-scaling particle swarm optimization," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 47, no. 5, pp. 1467-1481, May 2009.
- [9] M. Benedetti, G. Franceschini, R. Azaro, and A. Massa, "A numerical assessment of the reconstruction effectiveness of the integrated GA-based multicrack strategy," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 6, pp. 271-274, 2007.
- [10] P. Rocca, M. Carlin, G. Oliveri, and A. Massa, "Interval analysis as applied to inverse scattering," *IEEE International Symposium on Antennas Propag. (APS/URSI 2013)*, Chicago, Illinois, USA, Jul. 8-14, 2012.
- [11] L. Manica, P. Rocca, M. Salucci, M. Carlin, and A. Massa, "Scattering data inversion through interval analysis under Rytov approximation," *7th European Conference on Antennas Propag. (EuCAP 2013)*, Gothenburg, Sweden, Apr. 8-12, 2013.
- [12] P. Rocca, M. Carlin, and A. Massa, "Imaging weak scatterers by means of an innovative inverse scattering technique based on the interval analysis," *6th European Conference on Antennas Propag. (EuCAP 2012)*, Prague, Czech Republic, Mar. 26-30, 2012.
- [13] L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Imaging sparse metallic cylinders through a Local Shape Function Bayesian Compressive Sensing approach," *Journal of Optical Society of America A*, vol. 30, no. 6, pp. 1261-1272, 2013.
- [14] F. Viani, L. Poli, G. Oliveri, F. Robol, and A. Massa, "Sparse scatterers imaging through approximated multitask compressive sensing strategies," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 55, no. 7, pp. 1553-1558, Jul. 2013.
- [15] L. Poli, G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "Bayesian compressive sensing approaches for the reconstruction of two-dimensional sparse scatterers under TE illumination," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 51, no. 5, pp. 2920-2936, May. 2013.
- [16] L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Microwave imaging within the first-order Born approximation by means of the contrast-field Bayesian compressive sensing," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 6, pp. 2865-2879, Jun. 2012.
- [17] G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "A bayesian compressive sampling-based inversion for imaging sparse scatterers," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 49, no. 10, pp. 3993-4006, Oct. 2011.
- [18] G. Oliveri, L. Poli, P. Rocca, and A. Massa, "Bayesian compressive optical imaging within the Rytov approximation," *Optics Letters*, vol. 37, no. 10, pp. 1760-1762, 2012.
- [19] L. Poli, G. Oliveri, F. Viani, and A. Massa, "MT-BCS-based microwave imaging approach through minimum-norm current expansion," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, in press. doi: 10.1109/TAP.2013.2265254.

*This report is submitted in partial fulfillment of the degree of the course "IDBI".
Supervisors: Prof A. Massa, Dr. M. Benedetti.*